

认知无线电系统中干扰对齐的自由度分析

孙献, 赵晓晖

(吉林大学通信工程学院, 吉林 长春 130012)

摘要: 在信号空间维度有限的情况下, 大部分认知无线电系统 (主用户个数大于 1) 中干扰对齐的可行性条件是不明确的。针对这一问题, 把有多个主用户和多个次用户的认知系统中的干扰对齐问题分成主用户干扰对齐问题和次用户干扰对齐问题的 2 个子问题, 给出了一种实现次用户网络干扰对齐的必要性条件 (主用户网络干扰对齐的必要性条件在之前的研究中已存在)。根据必要性条件, 给出了次用户网络的平均自由度上界, 提出了一种改进的最小干扰泄露算法, 并以此验证了必要性条件结果。

关键词: 认知系统; 干扰对齐; 可行性条件; 自由度

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

Analysis on the degree of freedom of interference alignment in cognitive radio

SUN Xian, ZHAO Xiao-hui

(College of Communication Engineering, Jilin University, Jinchun 130012, China)

Abstract: The feasibility conditions were still unclear in the case of finite number of signal dimension for most cognitive radio systems. The IA problem of CR system with multiple primary users and multiple secondary users was divided into two sub-problems: the IA problem of primary network and the IA problem of secondary network, based on the cognitive mind. Then, the necessary IA conditions of secondary network were presented (good IA conditions of primary network have been proposed in previous research). Through the necessary conditions, it can obtain the upper bound of the average Dof of the secondary users. An improved minimum interference leakage algorithm was proposed, with which the conclusion was verified.

Key words: CR system, interference alignment, feasibility conditions, degree of freedom

1 引言

随着无线通信技术的发展, 传统的单用户、少用户系统逐渐被多用户系统取代, 系统中每对用户的发射机和接收机所配置的天线也由一根变为多根。MIMO、无线局域网等技术会造成用户密集区域存在多个用户工作在相同频段的现象, 而这会产生严重的干扰问题。传统的抗干扰处理技术 (解码干扰信号, 把干扰当作噪声, 利用正交性等) 很难推广到多用户多天线场景, 或者在多用户多天线场景下无法达到系统传输容量的优化要求。

干扰对齐技术^[1]是针对多用户多天线场景而提出的一种新干扰处理技术。它以自由度为优化目标 (无线系统的容量域是一个公认难题, 而自由度可以被认为是系统容量的一阶对数近似), 通过最大化系统的总自由度来间接提高系统容量, 进而扩大系统的吞吐量。这种技术自提出伊始, 就吸引了国内外许多学者们的关注和研究。

干扰对齐技术通过压缩干扰信号子空间的维度, 使系统获得复用增益, 因此能够成倍地增加系统容量。在文献[2]中, Cadamb 等研究了多用户 MIMO 干扰网络中的干扰对齐问题, 指出通过信道

收稿日期: 2015-06-20; 修回日期: 2015-12-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61171079)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61171079)

扩展, 每个用户都能够得到其信道空间总维度一半的自由度, 这一结论说明系统的总自由度随着用户数的增加呈线性增长的趋势, 而之前的正交化策略只能使每个用户获得 $\frac{1}{K}$ 个自由度 (K 为系统的用户数)。类似的结论在 X 网络、蜂窝网络、MIMO 中继网络等系统中已经得到了验证。

然而, 干扰对齐技术获得高自由度只能是在无限独立扩展信道的基础上。如文献[2, 3]中每个用户获得信号空间一半维度的自由度, 需要信号空间的维度达到 $O((KN)^{2K^2N^2})$, 其中, N 为收发机所配置的天线数。而无限的时域或者频域扩展是不现实的。因此, 研究在信号空间维度有限情况下的干扰对齐性质十分必要。事实上, 在信号空间维度有限的情况下, 干扰对齐问题通常不一定是可行的。因此, 研究在什么样的系统配置下, 干扰对齐技术是可行的, 即干扰对齐的可行性问题是非常有意义的研究问题。

到目前为止, 关于该问题的研究方法主要有 2 种方式。一是基于代数几何的思想, 把干扰对齐的可行性问题转化为多元高次方程的求解问题, 进而根据代数几何的相关理论得出干扰对齐可行的相关条件。文献[4]研究了两用户 MIMO 干扰信道的干扰对齐问题, 给出了这一案例下干扰对齐可行的必要条件。文献[5~7]在文献[4]的基础上, 基于代数几何中的贝竹定理、伯恩斯坦定理等理论, 把干扰对齐的可行性问题有条件地转化为适合性问题, 并给出了干扰对齐适合的必要性条件。然而由于“可行”和“适合”这 2 个概念之间存在差异, 因而该条件仅仅适用于单波束干扰对齐问题; 文献[8, 9]在文献[6]的基础上, 强化了可行性的必要条件, 并提出了一个干扰对齐可行的充分条件, 然而该充分条件仅仅适用于整除案例。文献[10]则是在文献[6]的基础上对算法进行了改进, 降低了文献[6]中算法的复杂度。文献[11]结合代数几何和递推方法提出了一种处理混合约束问题(约束条件中既有等式约束也有不等式约束)的方法, 但是该方法也仅适用于单波束情况。第 2 种方式是从映射的角度来研究干扰对齐的可行性问题。文献[12]研究了 MIMO 网络中干扰对齐可行性的全对称情况, 提出了干扰对齐问题可行的充分条件, 并进一步指出, 干扰对齐技术的可达自由度上限为 $2N$, 这一结论有别于之前干扰对齐技术可达自由度的研究结论^[1]。文献

[13]在文献[12]的基础上进一步分析了全对称案例, 并针对三用户 MIMO 干扰信道给出了详细结论。然而, 由于该文献中仅考虑了干扰对齐可行性 2 个约束条件中的一个, 因而结论存在一定片面性。文献[14]则综合了代数几何和映射两方面优点, 根据代数独立、线性独立及方程组解的存在性这 3 个概念之间的相互转化, 得出了 MIMO 干扰信道干扰对齐可行性问题的充要条件。

相对于 MIMO 干扰网络中的干扰对齐, 国内外学者关于认知无线电系统中的干扰对齐问题的研究较少。文献[15]研究了一个主用户的认知无线电系统中的干扰对齐问题, 将这种配置的认知无线电系统转化为与之等价的 MIMO 干扰系统, 之后给出了一些结论(可行性条件、干扰对齐策略以及 3 个次用户对称次级网络的一种闭式解)。文献[16]则研究了一个主用户与次用户协作通信的干扰对齐策略。本文在前面研究结果的基础上, 研究具有多个主用户和多个次用户认知无线电系统的干扰对齐条件。

本文的主要研究成果有以下 2 点: 一是把认知无线电系统中的干扰对齐问题分为 2 个子问题, 主用户网络干扰对齐问题和在主用户网络能够进行干扰对齐的基础上的次用户网络的干扰对齐问题, 这种问题分离方式与认知网络的思想相符; 二是在主用户网络可以进行干扰对齐的基础上, 给出了次用户网络干扰对齐的必要性条件, 由该条件可以得出次用户网络的可达自由度上界。

2 系统模型

在本文中, 考虑如图 1 所示的认知无线电系统。该认知无线电系统由 K 个主用户所构成的主用户网络和 L 个次用户所构成的次用户网络(认知网络)组成, 并且所有的主用户和次用户都工作在相同的频段上(系统的频谱共享方式为 underlay)。不失一般性, 主用户编号 $K_p = \{1, 2, \dots, K\}$, 次用户编号 $K_s = \{K+1, K+2, \dots, K+L\}$, $K = K_p \cup K_s$ 。每个用户 k 的发射机和接收机分别配置 M_k 和 N_k 根天线 ($\forall k \in K$), 并且需要传递 d_k 个独立的数据流。

不考虑信道扩展, 分别用 $\mathbf{x}_j \in \mathbb{C}^{M_j \times 1}$ 、 $\mathbf{y}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times 1}$ 、 $\mathbf{H}_{kj} \in \mathbb{C}^{N_k \times M_j}$ 和 $\mathbf{n}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times 1}$ 表示用户 j 的发射信号向量(经过预编码处理之后的信号向量)、用户 k 的接收信号向量、用户 j 的接收机和用户 k

的发射机之间的信道参数矩阵和用户 k 的噪声向量，则用户 k 的接收信号向量可表示为

$$y_k = \sum_{j=1}^{K+L} H_{kj} x_j + n_k, \forall k, j \in K \quad (1)$$

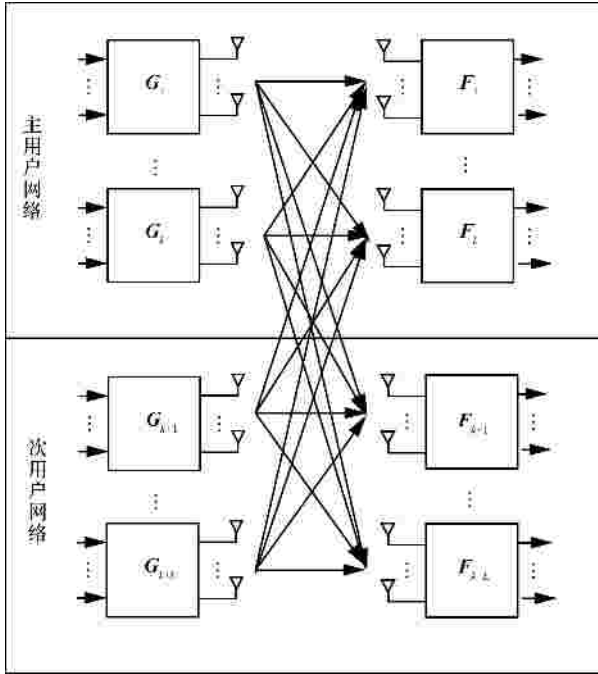


图 1 系统模型

用 $G_k \in C^{M_k \times d_k}$ 、 $F_k \in C^{N_k \times d_k}$ 分别表示用户 k 的预编码矩阵和干扰消除矩阵，用 $s_k \in C^{d_k \times 1}$ 、 $r_k \in C^{d_k \times 1}$ 分别表示用户 k 的传输信号向量和接收机对传输信号向量 s_k 的估计信号向量 ($\forall k \in K$)，则有

$$x_k = G_k s_k, r_k = F_k^H y_k \quad (2)$$

把式(2)代入式(1)中，得到

$$r_k = \sum_{j=1}^{K+L} F_k^H H_{kj} G_j s_j + F_k^H n_k, \forall k \in K \quad (3)$$

式(3)所包含的所有等式整体向量化之后，可以表示为

$$r = F^H H G s + \mathcal{N} \\ = \begin{bmatrix} F_p^H & \\ & F_s^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{pp} & H_{ps} \\ H_{sp} & H_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_p & \\ & G_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_p \\ s_s \end{bmatrix} + \mathcal{N} \quad (4)$$

其中 H 表示所有用户收发机之间的信道增益矩阵， F 表示以所有用户的干扰消除矩阵为对角子块所构成的总的干扰消除矩阵， G 表示以所有用户的预编码矩阵为对角子块所构成的总的预编码矩阵， s 、 r

分别表示总的传输信号向量和总的估计信号向量， $\mathcal{N} = F^H n$ 。根据主次网络之分，矩阵的各个子块也有各自的意义： H_{pp} 、 H_{sp} 、 H_{ps} 和 H_{ss} 分别表示主用户发射机和主用户接收机之间的信道增益矩阵、主用户发射机和次用户接收机之间的信道增益矩阵、次用户发射机和主用户接收机之间的信道增益矩阵、次用户发射机和次用户接收机之间的信道增益矩阵； $F_p = \text{diag}\{F_1, \dots, F_K\}$ 和 $F_s = \text{diag}\{F_{K+1}, \dots, F_{K+L}\}$ 分别表示所有主用户的接收机干扰消除矩阵、所有次用户的接收机干扰消除矩阵； $G_p = \text{diag}\{G_1, \dots, G_K\}$ 和 $G_s = \text{diag}\{G_{K+1}, \dots, G_{K+L}\}$ 分别表示所有主用户的发射机预编码矩阵、所有次用户的发射机预编码矩阵。

根据已有的干扰对齐研究结果，预编码矩阵和干扰消除矩阵需要满足如下 2 个等式

$$\text{rank}(F_k^H H_{kk} G_k) = d_k, \forall k \in K \quad (5)$$

$$F_k^H H_{kj} G_j = 0, \forall k \neq j \quad (6)$$

式(5)表示预编码过程和干扰消除过程需要满足每个接收机都能够无损失接收到所有来自对应发射机发射的数据流；式(6)表示每个接收机都能通过干扰消除过程把来自非对应发射机的干扰信号消除。为方便起见，式(5)和式(6)分别称为直接链路信道约束和交叉链路信道约束。

式(5)和式(6)矩阵化之后，可转化为

$$F^H H G = \begin{bmatrix} F_p^H & \\ & F_s^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{pp} & H_{ps} \\ H_{sp} & H_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_p & \\ & G_s \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} ?_p & \\ & ?_s \end{bmatrix} = ? \quad (7)$$

其中， $?_p = \begin{bmatrix} ?_1 & & \\ & \circ & \\ & & ?_K \end{bmatrix}$ 和 $?_s = \begin{bmatrix} ?_{K+1} & & \\ & \circ & \\ & & ?_{K+L} \end{bmatrix}$ 都是分块对角阵，并且它们主对角线上的每一个子块 $?_k \in C^{d_k \times d_k}$ ($\forall k \in K$) 都是对应于用户 k 的秩为 d_k 的非奇异矩阵。

式(7)等价于如下的 4 个等式

$$F_p^H H_{pp} G_p = ?_p \quad (8)$$

$$F_p^H H_{ps} G_s = 0 \quad (9)$$

$$F_S^H H_{SP} G_P = 0 \tag{10}$$

$$F_S^H H_{SS} G_S = ?_S \tag{11}$$

3 模型假设和问题转化

由于本文不考虑信道扩展的情况，因此可假设信道为恒参信道，并且假设信道增益矩阵 H_{kj} 中的每一个元素都服从同一个连续分布，并且相互独立。噪声向量 n_k 为零均值高斯白噪声，并且协方差矩阵为 $s_k^2 I_{N_k}$ ，即 $n_k \sim (0, s_k^2 I_{d_k})$ ，为研究方便，不妨假设所有用户的噪声功率都是相同的 $s_k^2 = s^2, \forall k \in K$ 。

在实际的无线通信系统中，信道状态信息需要通过相应的技术来估计。对于恒参信道，主用户之间可以通过发送导频序列，较为容易地获取主用户网络的信道状态信息 (LCSI)，同样的方法可以被次用户用来获取次用户网络的信道状态信息；而次用户获取主用户网络的信道状态信息则可以通过以下 2 种方式：一是次用户和主用户之间采取一定的协作方式，如次用户在主用户附近布置反馈传感器来获取主用户网络的信道状态信息；二是次用户通过“窃听”的方式来获取主用户的信道状态信息，进而得到整个系统的全部信道状态信息 (GCSI)。

由于主用户网络是授权网络，其通信需求需要优先于次用户网络获得满足，而次用户网络能不能接入主用户频带进行通信则是次一级考虑的问题。基于此，把认知无线电系统中的干扰对齐分析过程分为 2 步：第一，考虑主用户网络中的干扰对齐问题；第二，在主用户网络可以达到干扰对齐的基础上，研究次用户网络的干扰对齐问题。

3.1 主用户网络干扰对齐

首先，考虑主用户网络中的干扰对齐。由于主用户不知道次用户信道状态信息，甚至不知道次用户是否存在，因此主用户只考虑在主用户网络中满足干扰对齐的情况下进行通信，即主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵仅需要满足约束式(8)。易得，主用户网络中的干扰对齐就等价于 K 用户 MIMO 干扰网络中的干扰对齐。

基于文献[14]的结论，因为信道增益矩阵中的元素之间是相互独立的，这使满足交叉链路约束的满秩预编码矩阵和干扰消除矩阵以无限接近于 1 的概率满足直接链路信道约束。这个结论说明主用户

网络的干扰对齐约束可以做如下转化。

构造矩阵

$$\overset{\circ}{H}_{pp} = \begin{bmatrix} 0 & H_{12} & L & H_{1K} \\ H_{21} & 0 & L & H_{2K} \\ M & M & O & M \\ H_{K1} & H_{K2} & L & 0 \end{bmatrix}$$

显而易见， $\overset{\circ}{H}_{pp}$ 就是把矩阵 H_{pp} 的主对角线上的所有子块（即所有次用户的直接链路信道矩阵）用零矩阵替换之后得到的矩阵，根据式(8)得

$$F_P^H \overset{\circ}{H}_{pp} G_P = 0 \tag{12}$$

因此，主用户网络的干扰对齐的可行性问题等价于如下问题。

问题 1 在满足约束式(12)和式(13)的情况下，求解 $\{F_k \in C^{N_k \times d_k}, G_k \in C^{M_k \times d_k}, \forall k \in K_p\}$ 。

$$\text{rank}(F_k) = \text{rank}(G_k) = d_k, \forall k \in K_p \tag{13}$$

如果主用户网络不能达到干扰对齐，即不存在满足式(12)和式(13)的解，此时讨论次用户网络的干扰对齐的可行性及策略是没有意义的。只有在主用户网络是干扰对齐可行的基础上，通过一定的策略设计好主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵之后，才能探讨次用户网络干扰对齐的可行性。

3.2 次用户网络干扰对齐

假设主用户网络可以达到干扰对齐，在这种情况下，考虑次用户网络的干扰对齐问题。次用户作为机会用户，是在主用户网络存在的情况下接入主用户网络的频带进行通信的；同时，根据假设，次用户知道所有的信道状态信息，由此，次用户可以通过相应的一些算法来估算出主用户的预编码矩阵和干扰消除矩阵，例如在一般的时分双工信道中，次用户的发射机可以通过主用户接收机发射的反馈信息以及已知的信道状态信息来估算出主用户的干扰消除矩阵，次用户的接收机同样可以估算出主用户的预编码矩阵。因此，本文假设，次用户知道主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵。

因此，设计次用户的干扰对齐策略时不仅要考虑次用户网络内的干扰对齐问题（约束式(11)），还要考虑主用户和次用户交叉信道的干扰以适应主用户的预编码和干扰消除策略（约束式(9)和式(10)）。前者等价于 L 用户 MIMO 干扰网络的干扰

对齐问题，后者则是 2 个线性约束。因此，次用户网络的干扰对齐约束等价于一个 L 用户的 MIMO 干扰信道对齐约束和 2 个线性约束的叠加。

类似于主用户网络，次用户网络的干扰对齐约束式(11)以概率 1 等价于

$$\text{rank}(\mathbf{F}_l) = \text{rank}(\mathbf{G}_l) = d_l, \forall l \in K_s \quad (14)$$

$$\mathbf{F}_s^H \mathbf{H}_{SS} \mathbf{G}_s = \mathbf{0} \quad (15)$$

其中，矩阵 \mathbf{H}_{SS} 是用零子块取代矩阵 \mathbf{H}_{SS} 中的所有主对角子块之后得到的。

$$\mathbf{H}_{SS} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{H}_{(K+1)(K+2)} & \mathbf{L} & \mathbf{H}_{(K+1)(K+L)} \\ \mathbf{H}_{(K+2)(K+1)} & \mathbf{0} & \mathbf{L} & \mathbf{H}_{(K+2)(K+L)} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{H}_{(K+L)(K+1)} & \mathbf{H}_{(K+L)(K+2)} & \mathbf{L} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

因此，次用户网络的干扰对齐的可行性问题等价于如下问题。

问题 2 已知 $\{\mathbf{F}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times d_k}, \mathbf{G}_k \in \mathbb{C}^{M_k \times d_k}, \forall k \in K_p\}$ ，在满足式(9)、式(10)、式(14)和式(15)的情况下，求解 $\{\mathbf{F}_l \in \mathbb{C}^{N_l \times d_l}, \mathbf{G}_l \in \mathbb{C}^{M_l \times d_l}, \forall l \in K_s\}$ 。

4 可行性条件

4.1 主用户网络干扰对齐的可行性条件

由于主用户网络中的干扰对齐等价于 K 用户 MIMO 干扰网络的干扰对齐问题，因此前者的干扰对齐条件也等价于用后者的干扰对齐条件。

结论 1 主用户网络如果是干扰对齐可行的，则其系统配置需要满足如下条件

$$d_k \leq \min\{M_k, N_k\}, \forall k \in K_p \quad (16)$$

$$\sum_{k:(k,j) \in I_{\text{sub}}} d_k + \sum_{j:(j,k) \in I_{\text{sub}}} d_j \leq \max\left\{ \sum_{k:(k,j) \in I_{\text{sub}}} N_k, \sum_{j:(j,k) \in I_{\text{sub}}} M_j \right\} \quad (17)$$

$$\sum_{k:(k,j) \in I_{\text{sub}}} d_k (N_k - d_k) + \sum_{j:(j,k) \in I_{\text{sub}}} d_j (M_j - d_j) \leq \sum_{(k,j) \in I_{\text{sub}}} d_k d_j \quad (18)$$

其中， $I_{\text{sub}} \subset I$ ， $I = \{(k, j) | \forall k, j \in K_p, k \neq j\}$ 。

结论 1 是文献[14]关于不考虑信道拓展情况下的 K 用户 MIMO 干扰信道中干扰对齐的可行性条

件，在这里把它列出来是为了本文结论的连贯性，其证明可参考文献[14]中定理 1 的证明。

值得一提的是，结论 1 给出的是干扰对齐的必要性条件，即主用户网络能够达到干扰对齐时系统所必须要满足的条件。但是满足结论 1 中的几个等式的系统却不一定是干扰对齐可行的。

4.2 次用户网络干扰对齐的可行性条件

现假设问题 1 是有解的，即主用户网络存在预编码矩阵和干扰消除矩阵 $\{\mathbf{F}_k, \mathbf{G}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times d_k}, \forall k \in K_p\}$ 使主用户的接收机能够对齐干扰，并且预编码矩阵和干扰消除矩阵都已设计完毕（主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵的设计方案在 4.3 节中阐述），可认为是已知的。

下面给出次用户网络干扰对齐可行的必要性条件。

定理 1 在主用户网络干扰对齐可行的前提下，如果次用户网络干扰对齐是可行的，则系统配置必满足条件

$$d_m \leq \min_{k \in K_p} \left\{ \max\{M_m - d_k, N_m - d_k\}, \max\{M_k - d_k, N_m - d_k\} \right\}, \forall m \in K_s \quad (19)$$

$$\sum_{n:(n,j) \in J_{\text{sub}}} d_n + \sum_{m:(j,m) \in J_{\text{sub}}} d_m \leq \max\left\{ \sum_{n:(n,j) \in J_{\text{sub}}} N_n, \sum_{m:(j,m) \in J_{\text{sub}}} M_m \right\} \quad (20)$$

$$\sum_{n:(n,j) \in J_{\text{sub}}} d_n (N_n - d_n) + \sum_{m:(j,m) \in J_{\text{sub}}} d_m (M_m - d_m) \leq \left(\sum_{m:(j,m) \in J_{\text{sub}}} d_n \right) \left(\sum_{k \in K} d_k \right) + \left(\sum_{m:(j,m) \in J_{\text{sub}}} d_m \right) \left(\sum_{k \in K} d_k \right) + \sum_{(n,m) \in J} d_n d_m \quad (21)$$

其中， J_{sub} 表示 J 的任意一个子集。

定理 1 的证明见附录。

定理 2 一方面给出了次用户网络干扰对齐可行的必要性条件，另一方面，通过联合必要性条件式(19)~式(21)，能够确定次用户网络所能获得的总自由度的上界。

基于定理 2，针对对称系统，可得到如下几个推论。

针对系统主用户网络和次用户网络都是对称网络的情况，即对任意的 $k, j \in K_p$ ，都有 $N_k = N_j$ ，

$M_j = M_0, d_k = d_0$; 类似地, 对任意的 $n, m \in K_s$, 都有 $N_n = N, M_m = M, d_n = d$ 。此时, 可以得推论 1。

推论 1 (对称案例) 考虑配置为 $\{(M_0, N_0, d_0)^K\} \{(M, N, d)^L\}$ 的系统, 如果该系统是干扰对齐可行的, 那么满足

$$d \left(\frac{M + N - 2Kd_0}{L + 1} \right)^+ \quad (22)$$

推论 1 给出了对称网络的次用户所能获得的平均自由度的上限, 记为 $\bar{d} = \frac{M + N - 2Kd_0}{L + 1}$ 。从 \bar{d} 的表达式可以得出以下两方面结论。

一方面, 在所有的主用户配置参数中, 只有主用户的个数 K 和自由度需求 d_0 与次用户的平均自由度上限有关。而主用户发射机和接收机所配置的天线数目 M_0, N_0 并不影响次用户的平均自由度上限。这一结论与之前一个主用户、一个次用户和一个主用户、多个次用户的认知无线电系统中的干扰对齐的研究结论相吻合^[15]。

另一方面, 次用户平均自由度与次用户发射机和接收机配置的天线数目 M, N 成正比, 与次用户个数 L 近似成反比, 而且次用户所能获得的总信道自由度也存在一定的上限, 即 $Ld \leq L \frac{M + N - 2Kd_0}{L + 1} = M + N - 2Kd_0$ 。

进一步, 当系统为半全对称系统和全对称系统时, 可得到了推论 2 和推论 3, 并给出了半全对称系统和全对称系统的可达自由度的上界。

推论 2 (半全对称案例) 考虑配置为 $(N_0, N_0, d_0)^K (N, N, d)^L$ 的系统, 如果该系统是干扰对齐可行的, 那么满足

$$d \left(\frac{2N - 2Kd_0}{L + 1} \right)^+ \quad (23)$$

推论 3 (全对称案例) 考虑配置为 $(N, N, d)^K (N, N, d)^L$ 的系统, 如果该系统是干扰对齐可行的, 那么满足

$$d \frac{2N}{2K + L + 1} \quad (24)$$

4.3 特殊主用户网络配置下的可行性分析

在讨论次用户网络的干扰对齐问题之前, 需要

先确定主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵。已知的干扰对齐设计方法主要分为 2 种: 直接法和迭代法。直接法是指根据封闭解形式, 直接构造预编码矩阵和干扰消除矩阵; 迭代法则是通过迭代的方式, 利用数值解法逐步获得预编码矩阵和干扰消除矩阵。目前, 只有两用户 MIMO 干扰对称信道^[6]和三用户 MIMO 干扰对称信道^[13]存在封闭解形式, 因此, 在主用户网络是两用户或者三用户对称信道的情况时, 可以直接构造主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵。对于其他主用户网络, 只能通过迭代算法求得预编码矩阵和干扰消除矩阵 (在此不再详述)。

下面分别讨论主用户网络为两用户和三用户对称网络时次用户网络的干扰对齐问题。

4.3.1 主用户网络为两用户对称 MIMO 主网络

当主用户网络为两用户对称网络时, 即 $K=3$, 且对 $\forall k \in K_p$, 有 $M_k = N_k = N_0, d_k = d_0$ 成立。利用如下策略设计主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵: 对矩阵 H_{12} 进行奇异值分解, $H_{12} = U_{12} \Sigma_{12} V_{12}^H$, U_{12}, V_{12} 都是酉矩阵, 任取矩阵 U_{12} 的 d_0 个列向量, 不失一般性, 前 d_0 列构成矩阵 F_2 , 然后在矩阵 F_2 的列向量的张成空间的正交补空间中任取 d_0 个相互正交的单位向量构成 G_1 。利用相同的方法构造矩阵 F_1 和矩阵 G_2 。

然后, 讨论次用户网络的干扰对齐。假设次用户网络也是对称的, 则对 $\forall l \in K_s$, 有 $M_l = N_l = N, d_l = d$ 成立。根据定理 1, 可得次用户网络干扰对齐可行必须要满足如下条件

$$d \left(\frac{2N - 4d_0}{L + 1} \right)^+ \quad (25)$$

式(25)给出了两用户对称 MIMO 主网络情况下, 对称次用户网络能获得的平均自由度的上界。

特别地, 当次用户网络和主用户网络配置的天线数目相同, $N = N_0$, 并且自由度也相同, $d = d_0$ 时, 有式(26)成立

$$d \frac{N}{L + 5} \quad (26)$$

4.3.2 主用户网络为三用户对称 MIMO 主网络

在主用户网络为三用户对称网络时, 即 $K=3$, 且对 $\forall k \in K_p$, 有 $M_k = N_k = N_0, d_k = d_0$ 成立。此

时主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵根据文献[13]提出的封闭解的形式构造。

然后在此基础上，讨论次用户网络的干扰对齐。假设次用户网络也是对称的，则对 $\forall l \in K_s$ ，有 $M_l = N_l = N$ ， $d_l = d$ 成立。根据定理 1，可得次用户网络干扰对齐可行必须要满足如下条件

$$d \left(\frac{2N - 6d_0}{L + 1} \right)^+ \quad (27)$$

式(27)给出了 3 用户对称 MIMO 主网络情况下，对称次用户网络能获得平均自由度的上界。

特别地，当次用户网络和主用户网络配置的天线数目相同， $N = N_0$ ，并且自由度也相同， $d = d_0$ 时，有式(28)成立

$$d \frac{N}{L + 7} \quad (28)$$

5 干扰对齐算法

第 4 节提出了认知无线电系统中主用户网络干扰对齐、次用户网络干扰对齐的必要性条件以及一些相关推论。这节在文献[17]提出的最小干扰泄露 (interference leakage) 算法的基础上，针对本文的系统模型以及相关假设，提出了改进后的认知无线电系统中的最小干扰泄露算法。利用这种算法，可以验证本文的相关结论。

假设信道为时分双工网络，满足信道互易性，其对偶信道 $\overset{\sim}{\mathbf{H}}_{kj} = \mathbf{H}_{jk}^H, \forall k, j \in K$ ，则对偶信道的预编码矩阵和干扰消除矩阵满足 $\overset{\sim}{\mathbf{G}}_k = \mathbf{F}_k$ ， $\overset{\sim}{\mathbf{F}}_k = \mathbf{G}_k$ 。

干扰泄露是指干扰信号功率在估计信号总功率中所占的百分比，可表示为

$$IL_k = \frac{\sum_{j=1}^{d_k} l_j [\mathbf{Q}_k]}{\text{tr}(\mathbf{Q}_k)} \quad (29)$$

其中，矩阵 \mathbf{Q}_k 表示用户 k 的干扰协方差矩阵， $l_j [\mathbf{Q}_k]$ 表示矩阵 \mathbf{Q}_k 的第 k 个特征值 (按升序排列)。

$$\mathbf{Q}_k = \sum_{j=1, j \neq k}^{K+L} \frac{P_j}{d_j} \mathbf{H}_{kj} \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H \mathbf{H}_{kj}^H \quad (30)$$

其中， $P_j = E[\|x_j\|^2]$ 表示第 j 个发射机的发射功率。

对偶信道的干扰协方差矩阵为

$$\overset{\sim}{\mathbf{Q}}_k = \sum_{j=1, j \neq k}^{K+L} \frac{P_j}{d_j} \overset{\sim}{\mathbf{H}}_{kj} \overset{\sim}{\mathbf{G}}_j \overset{\sim}{\mathbf{G}}_j^H \overset{\sim}{\mathbf{H}}_{kj}^H \quad (31)$$

认知无线电系统中的最小干扰泄露算法流程如下。

- 1) 首先利用直接法，确定主用户网络的预编码矩阵和干扰消除矩阵；
- 2) 初始化正向信道的次用户网络的预编码矩阵，不失一般性，设为列单位矩阵；
- 3) 根据式(30)计算干扰协方差矩阵 \mathbf{Q}_k ；
- 4) 计算正向信道的次用户网络的干扰消除矩阵， $\overset{\sim}{\mathbf{F}}_k = v_{d_k}(\mathbf{Q}_k)$ ，其中， $v_d(g)$ 表示 g 的最小的 d 个特征值所对应的特征向量构成的矩阵；
- 5) 反转通信方向，令 $\overset{\sim}{\mathbf{G}}_k = \overset{\sim}{\mathbf{F}}_k$ ；
- 6) 根据 $\sum_{n:(n,j) \in J} d_n(N_n - d_n) + \sum_{m:(g,m) \in J} d_m(M_m - d_m)$ $2 \left(\sum_{k \in K_s} d_k \right) \left(\sum_{j \in K_s} d_j \right) + \sum_{(n,m) \in J} d_n d_m$ 计算对偶信道的干扰协方差矩阵 $\overset{\sim}{\mathbf{Q}}_k$ ；
- 7) 计算对偶信道的干扰消除矩阵， $\overset{\sim}{\mathbf{F}}_k = v_{d_k}(\overset{\sim}{\mathbf{Q}}_k)$ ；
- 8) 再次翻转通信方向，令 $\overset{\sim}{\mathbf{G}}_k = \overset{\sim}{\mathbf{F}}_k$ ；
- 9) 重复算法步骤 4)~步骤 8)，直至干扰百分比达到系统要求。

类似于原始的 K 用户 MIMO 干扰信道中的最小干扰泄露算法，一方面，由于干扰协方差矩阵是 Hermite 矩阵，因此其特征值都是非负的，另一方面，每经过一次正向信道和对偶信道的迭代，任意用户 k 的干扰协方差矩阵的最小 d_k 个特征值的和不增大，用户 k 的干扰泄露是递减的，因而是局部收敛。但是整个系统总的干扰百分比的收敛性不能确定，因此该算法是局部收敛，整体收敛性未知。

6 仿真和结果分析

本节利用第 5 节中提出的干扰对齐算法进行仿真。在本节中，干扰泄露均指所有用户的平均干扰泄露；仿真信道为瑞利衰落信道，并且信道增益矩

阵中的各个元素独立同分布于衰落参数为 $s^2 = 1$ 的瑞利分布。

图 2 是这样一组系统 (记为第一组) 的仿真结果: 次用户网络是 3 用户对称网络, 主用户网络分别是零用户、一用户和二用户对称网络 (主用户个数为 0 的认知网络即为三用户 MIMO 干扰网络), 每个用户的收发机都配置 6 根天线。信噪比设为 30 dB。图中的节点是 10 000 次蒙特卡洛实验结果的平均值。

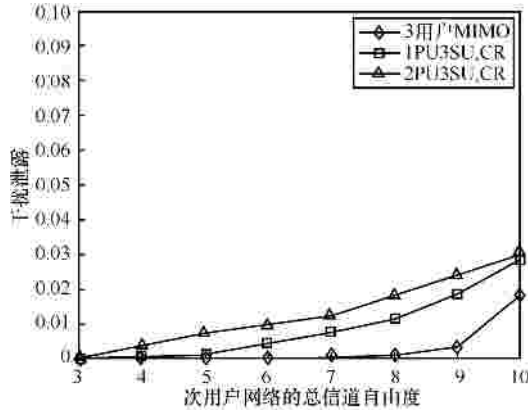


图 2 第 1 组系统的干扰泄露相对于次用户网络总自由度的折线

根据文献[12]的结论, 对称 MIMO 干扰网络干扰对齐可行的充要条件为 $N \frac{d(K+1)}{2}$ 。因此, 对于无主用户 3 个次用户对称认知网络, 其干扰对齐可行等价于 $d \frac{2N}{K+1} = 3$, 因此对于信道总自由度不大于 9 的情况下, 3 用户 MIMO 网络的干扰泄露为 0 (在误差范围内), 而主用户个数为 1 和 2 的认知无线网络, 假设主用户的自由度为 $d_0 = 2$, 根据第 4 部分提出的必要性条件的推论 2 可得, 其干扰对齐可行分别需要次用户的平均信道自由度满足 $\bar{d} \frac{2N - 2Kd_0}{L+1} = 2$ 和 $\bar{d} = 1$ 。需要强调的是, 3 个系统的可行性条件是不一样的, 前者是干扰对齐可行的充要条件, 而后两者只是必要条件。

由于存在数值误差, 因此只要干扰泄露在误差许可范围之内, 均可认为此时的系统是干扰对齐可行的。由图 2 可以得到以下几点: 主用户个数为 0、次用户网络总自由度不大于 9 时, 系统是干扰对齐可行的, 这与之前的 MIMO 系统中干扰对齐技术的研究结论相吻合; 主用户个数为 1、次用户网络总自由度不小于 7 时和主用户个数为 2、次用户网络总自

由度不小于 5 时的干扰泄露明显大于 0, 说明这 2 种情况下系统是干扰对齐不可行的, 这个结果与利用本文结论计算得到的结果是一致的; 在次用户总自由度相同时, 认知网络的干扰泄露要比 MIMO 网络的大, 而且主用户个数越大, 干扰泄露越大。

图 3 是这样一组系统 (记为第 2 组系统) 的仿真结果: 系统的用户总数都为 4, 但是主用户个数分别为 0、1 和 2 的对称系统, 每个用户的收发机同样配置 6 根天线。信噪比设为 30 dB。图中的节点也是 10 000 次蒙特卡洛实验结果的平均值。

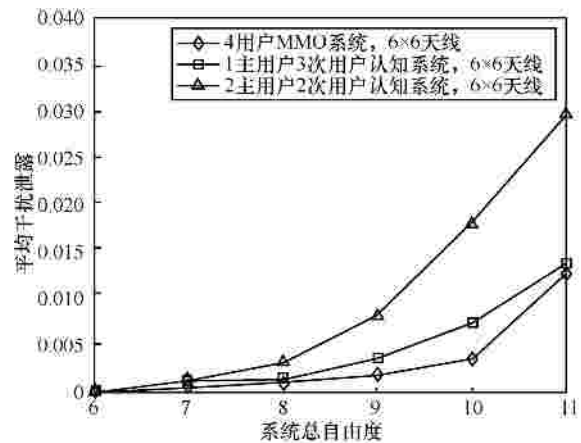


图 3 第 2 组系统的平均干扰泄露与系统总自由度的折线

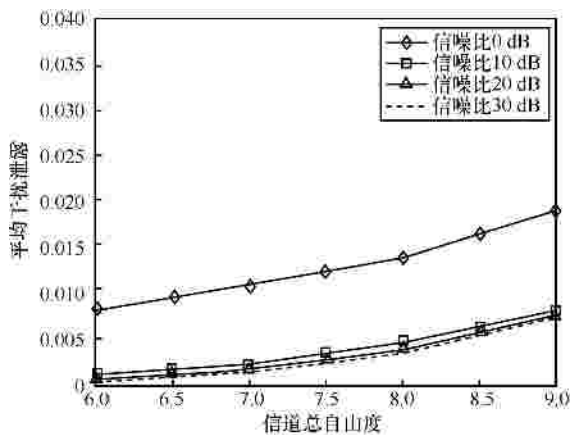
类似于第 1 组系统, 根据对称 MIMO 网络干扰对齐的充要条件, 可得 4 用户 MIMO 网络干扰对齐可行等价于 $d \frac{12}{5}$; 同样假设认知网络的主用户的自由度为 $d_0 = 2$, 根据推论 2 可得, 2 个认知网络次用户干扰对齐的必要性条件为次用户网络的平均自由度分别满足 $\bar{d} = 2$ 和 $\bar{d} = \frac{4}{3}$ 。

由图 3 可得不满足本文结论的系统配置的干扰泄露明显大于 0, 这与本文的结论一致。另外, 通过图 3 的这组曲线, 可以探究认知网络和 MIMO 干扰网络中干扰对齐的性能差异。由系统配置可得, 3 个系统的用户总数都是 4。而在系统总自由度相同时, 认知网络的干扰对齐性能比 MIMO 干扰网络的差。这是因为在 MIMO 干扰网络中, 所有用户的预编码矩阵和干扰消除矩阵是联合设计的, 不存在先后问题, 因此由算法得到的最终结果是全局最优解; 而在认知网络中, 主用户网络的干扰对齐策略是优先设计的, 次用户网络的干扰对齐策略需要“配合”主用户网络的干扰对齐策略, 因此总的干

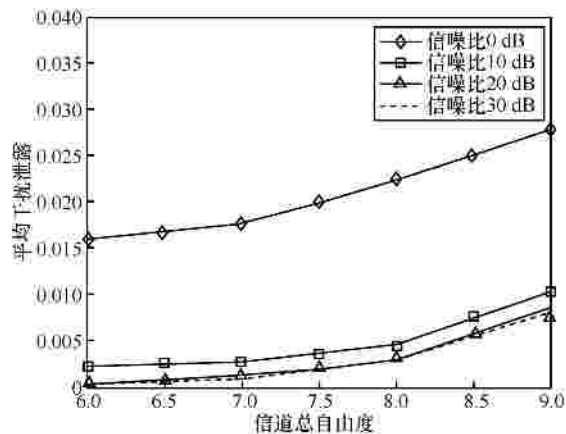
扰对齐策略就是局部最优解。

以上 2 组仿真都是在信噪比固定为 30 dB 时，系统干扰泄露关于信道自由度的折线，下面考虑信噪比对系统性能的影响。

图 4 是收发机端天线数都是 6 根的 1 个主用户、3 个次用户 CR 系统和 2 个主用户、2 个次用户 CR 系统在不同信噪比下，系统干扰泄露关于信道总自由度的仿真结果。由图 4 可以看出，在信噪比很低 (0 dB) 时，理论上可以实现干扰对齐的 CR 系统 (如信道总自由度为 6 时) 的干扰泄露相对较大；而在信道自由度相同时，随着信噪比的增大，系统的干扰泄露会逐渐变小；但是随着信噪比增大到一定程度 (20 dB) 后，信噪比对干扰泄露的性能影响变小，此时，信道总自由度是影响系统干扰泄露的主要因素。



(a) 1 个主用户，3 个次用户 CR 系统



(b) 2 个主用户，2 个次用户 CR 系统

图 4 不同信噪比下，同一系统干扰泄露关于信道总自由度的关系折线

图 5 是信噪比 30 dB 时，2 个主用户、2 个次用户收发机端的天线数分别为 4 根、6 根、8 根的情

况下，系统干扰泄露关于信道总自由度的关系折线。由本文的干扰对齐的必要性条件可以推知，当信道总自由度大于 8 时，天线数为 4 的 CR 系统是不能实现干扰对齐的。在图 5 中，信道总自由度大于 8 时，天线数为 4 的系统干扰泄露也明显大于天线数为 6 和天线数为 8 时的情况，这一仿真结果与本文的研究结论是相符的。

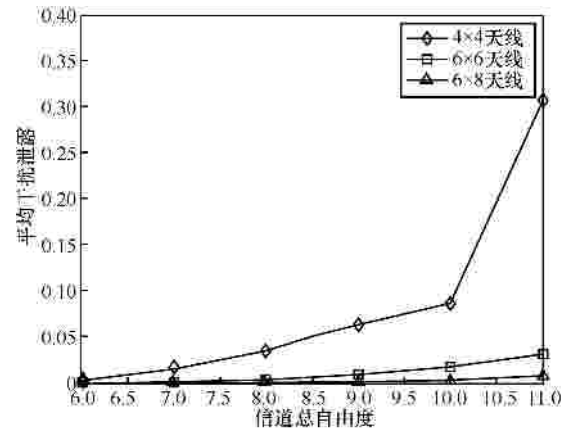


图 5 不同天线时，系统干扰泄露关于信道自由度的关系折线

7 结束语

本文研究了不考虑信道扩展时，多个主用户多个次用户的认知无线电系统中干扰对齐的自由度约束。通过把主用户网络和次用户网络的干扰对齐问题分离，得出了次用户网络干扰对齐可行的必要性条件以及次用户网络的平均可达自由度的上界。但是在考虑信号拓展时，由于信道增益矩阵不再满足任意性的假设，因此不能应用本文的结论。考虑信道扩展时的多主用户多个次用户的认知无线电系统的干扰对齐问题需要寻找新的分析方法。

附录 定理 1 的证明

1) 式(19)的证明

对于任意一个次用户 $m, \forall m \in K_s$ ，根据之前的 MIMO 干扰信道中干扰对齐可行性条件的结果^[1]，有 $d_m \leq \min\{M_m, N_m\}$ 成立，因而只需证明

$$d_m \leq \min_{k \in K_p} \{ \max\{M_m - d_k, N_k - d_k\}, \max\{M_k - d_k, N_m - d_k\} \}$$

对于任意 $k \in K_p$ 和 $m \in K_s$ ，取约束条件式(9)和式(10)的 2 个子约束

$$F_k^H H_{km} G_m = 0 \tag{32}$$

$$F_m^H H_{mk} G_k = 0 \quad (33)$$

易得, 矩阵 H_{km} 和 H_{mk} 的维数分别是 $N_k \times M_m$ 和 $N_m \times M_k$ 。不失一般性, 假设 $N_k \geq M_m, N_m \geq M_k$, 则矩阵 H_{km} 和 H_{mk} 都是列满秩的。

根据式(14)以及线性映射的相关理论, 有下式成立

$$\dim(\text{span}(H_{km} G_m)) = \dim(\text{span}(G_m)) = d_m$$

$$\dim(\text{span}(H_{mk} G_k)) = \dim(\text{span}(G_k)) = d_k$$

根据式(32)和式(33), 有 $F_k \perp H_{km} G_m, F_m \perp H_{mk} G_k$ 成立。因此, $\text{span}(F_k)$ 和 $\text{span}(H_{km} G_m)$ 就是 N_k 维欧氏空间的 2 个相互正交的子空间, $\text{span}(F_m)$ 和 $\text{span}(H_{mk} G_k)$ 就是 N_m 维欧氏空间的 2 个相互正交的子空间, 则必有

$$\dim(\text{span}(F_k)) + \dim(\text{span}(H_{km} G_m)) = d_k + d_m \leq N_k$$

$$\dim(\text{span}(F_m)) + \dim(\text{span}(H_{mk} G_k)) = d_m + d_k \leq N_m$$

反之, 假如 $N_k < M_m, N_m < M_k$, 只需将式(21)和式(22)两端同时进行共轭转置, 就可得到类似结论

$$d_k + d_m \leq M_m$$

$$d_m + d_k \leq M_k$$

因而有

$$d_k + d_m \leq \max\{N_k, M_m\}$$

$$d_k + d_m \leq \max\{N_m, M_k\}$$

最终得

$$d_m \leq \min\{\max\{N_k - d_k, M_m - d_k\}, \max\{N_m - d_k, M_k - d_k\}\}$$

式(19)得证。

2) 式(20)的证明

式(20)是文献[11]中关于 MIMO 网络中线性干扰对齐的一个必要条件, 由于次用户网络可等价为一个 L 用户的 MIMO 网络, 因而其也需满足这个条件, 其证明可参考文献[11], 在此不再详述。

3) 式(21)的证明

根据之前的 MIMO 网络干扰对齐的研究成果^[6], 即如果线性干扰对齐是可行的, 则由线性干扰对齐转化得到的多元高次方程组有解。根据代数几何中的 Bezout 定理, 方程组有解则代数独立的方程个数不大于独立未知量的个数。这个结论在本文的系统模型中同样是适用的。下面将计算本文约束条件中的独立未知量个数 (记为 N_v) 和代数独立方程

的个数 (记为 N_e)

根据约束条件式(14)以及文献[4]中的结论, 通过矩阵的行变换, 有

$$F_n = A_n \begin{bmatrix} I_{d_n} \\ F_{n2} \end{bmatrix} B_n, G_n = C_m \begin{bmatrix} I_{d_m} \\ G_{m2} \end{bmatrix} D_m \quad (34)$$

其中, 矩阵 A_n, B_n, C_m 和 D_m 都是非奇异阵。因而, 未知量的个数就等于所有矩阵 F_{n2} 和 $G_{m2} \forall n, m \in K_s$ 中元素的个数之和, 即

$$N_v = \sum_{n:(n,g) \in J} d_n (N_n - d_n) + \sum_{m:(g,m) \in J} d_m (M_m - d_m) \quad (35)$$

而根据约束条件式(9)、式(10)和式(15), 可得代数独立方程的个数为

$$N_e = 2 \left(\sum_{k \in K_s} d_k \right) \left(\sum_{j \in K_v} d_j \right) + \sum_{(n,m) \in J_{sub}} d_m d_n \quad (36)$$

由 $N_v \leq N_e$ 得

$$\sum_{n:(n,g) \in J} d_n (N_n - d_n) + \sum_{m:(g,m) \in J} d_m (M_m - d_m) \leq 2 \left(\sum_{k \in K_s} d_k \right) \left(\sum_{j \in K_v} d_j \right) + \sum_{(n,m) \in J} d_m d_n \quad (37)$$

为式(21)中 $J_{sub} = J$, 即考虑所有约束条件时的特例; 而当 J_{sub} 为 J 的任一真子集时, 即系统配置必须满足全部约束条件的任一子约束, 其证明与前者类似, 在此不再详述。于是式(21)得证。

由定理 1 得出的几个推论比较简单, 不再进行证明。

参考文献:

- [1] MADDAH-ALI M A, MOTAHARI A S, KHANDANI A K. Communication over MIMO X channels: interference alignment, decomposition, and performance analysis[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(8): 3457-3470.
- [2] CADAMBE V R, JAFAR S A. Interference alignment and spatial degrees of freedom for the K user interference channel[C]//IEEE International Conference on Communications(ICC). Beijing, China, c2008: 971-975.
- [3] CADAMBE V R, JAFAR S A. Degrees of freedom of wireless networks with relays, feedback, cooperation, and full duplex operation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2334-2344.
- [4] PERLAZA S M, DEBBAH M, LASAULCE S, et al. Opportunistic interference alignment in MIMO interference channels[C]//IEEE 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications(ICC). Cannes, France, c2008.

- [5] YETIS C M, GOU T, JAFAR S A, et al. Feasibility conditions for interference alignment[C]//IEEE Global Telecommunications Conference.. Honolulu, USA, c2009:1-6.
- [6] YETIS C M, GOU T, JAFAR S A, et al. On feasibility of interference alignment in MIMO interference networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(9): 4771-4782.
- [7] GOMADAM K, CADAMBE V R, JAFAR S A. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(6): 3309-3322.
- [8] RAZAVIYAYN M, LYUBEZNIK G, LUO Z Q. On the degrees of freedom achievable through interference alignment in a MIMO interference channel[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 812-821.
- [9] RAZAVIYAYN M, LYUBEZNIK G, LUO Z Q. On the degrees of freedom achievable through interference alignment in a MIMO interference channel[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 812-821.
- [10] NEGRO F, SHENOY S P, GHOURI I, et al. Interference alignment feasibility in constant coefficient MIMO interference channels[C]//Signal Processing Advances in Wireless Communications (AWC). Marrakech, Morocco, c2010: 1-5.
- [11] SUN R, LUO Z Q. Interference alignment using finite and dependent channel extensions: the single beam case[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(1): 239-255.
- [12] BRESLER G, CARTWRIGHT D, TSE D. Settling the feasibility of interference alignment for the MIMO interference channel: the symmetric square case[J/OL]. arXiv preprint arXiv:1104.0888, 2011.
- [13] BRESLER G, CARTWRIGHT D, TSE D. Interference alignment for the MIMO interference channel[J/OL]. arXiv preprint arXiv: 1303.5678, 2013.
- [14] RUAN L, LAU V K N, WIN M Z, et al. The feasibility conditions for interference alignment in MIMO networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(5-8): 2066-2077.
- [15] AMIR M, EL-KEYI A, NAFIE M. Constrained interference alignment and the spatial degrees of freedom of MIMO cognitive networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(5): 2994-3004.
- [16] KOO B, PARK D. Interference alignment with cooperative primary receiver in cognitive networks[J]. IEEE on Communications Letters, 2012, 16(7): 1072-1075.
- [17] GOMADAM K, CADAMBE V R, JAFAR S A. Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment[C]//Global Telecommunications Conference. New Orleans, USA, c2008:1-6.

作者简介：



孙献 (1989-), 男, 河南长垣人, 吉林大学硕士生, 主要研究方向为认知无线电系统中的信号处理、频谱共享。



赵晓晖 (1957-), 男, 满族, 北京人, 吉林大学教授、博士生导师, 主要研究方向为认知无线电、信号处理理论及其在通信中的应用。